

Пермский край
2025-2026 учебный год
**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
7 КЛАСС**

Время выполнения заданий – 235 минут (3 часа 55 минут).

Максимальная оценка за выполнение всех олимпиадных заданий – 35 баллов (по 7 баллов за каждую задачу).

7.1. Семиклассники Андрей и Петя купили книгу и пенал каждый. Андрей за книгу и пенал вместе заплатил 800 рублей. Петины книга и пенал стоили одинаково, при этом его книга была дешевле книги Андрея на 20%, а пенал дешевле пенала Андрея на 52%. Сколько стоила книга Андрея, и сколько денег потратил Петя?

Ответ: 300 рублей, 480 рублей.

Решение. Если книга Андрея стоила x рублей, то его пенал стоил $(800 - x)$ рублей, а Петя потратил $0,8x$ рублей на книгу и $0,48(800 - x)$ рублей на пенал. По условию, у Пети книга и пенал стоили одинаково.

Получаем уравнение: $0,8x = 0,48(800 - x)$. Отсюда $x = 300$ рублей - стоимость книги у Андрея. Петя потратил $2 \cdot 0,8 \cdot 300 = 480$ рублей.

Критерии оценки:

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности - 5 баллов,

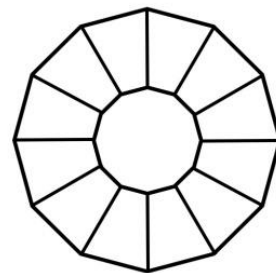
получен неверный ответ из-за арифметической ошибки при верном ходе решения - 4 балла,

приведен верный ответ с проверкой условия задачи - 3 балла,

приведен верный ответ без обоснований - 1 балл,

приведен неверный ответ - 0 баллов.

7.2. В дачном кооперативе 13 участков, их расположение указано на рисунке. В центре – участок председателя кооператива. Хотя бы один из хозяев участков – рыцарь, и хотя бы один – лжец. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Однажды на собрании кооператива каждый из хозяев сказал: "Среди всех моих соседей рыцарей ровно два". Сколько рыцарей и сколько лжецов в кооперативе? (Укажите все варианты и докажите, что других нет.)



Ответ: 1 лжец, 12 рыцарей.

Решение. Если председатель кооператива – лжец, то найдется хозяин-рыцарь, у которого участок по периметру. Тогда на всех участках по периметру хозяева – рыцари. Условия задачи выполняются: у дачника с участком в центре 12 соседей и он солгал; у остальных – по два соседа-рыцаря и они сказали правду.

Если председатель кооператива – рыцарь, то он сказал правду и тогда по периметру у него должно быть два соседа-рыцаря и 10 соседей-лжецов. Но тогда эти два рыцаря должны иметь соседние участки, чтобы их высказывание было правдой. Но тогда и у их соседей-лжецов соседей-рыцарей будет два. Значит, в этом случае получаем противоречие.

Критерии оценки:

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности -5 баллов,

приведен верный ответ с проверкой условия задачи, но не проверены другие случаи или рассмотрены оба случая, но не получено противоречие - 3 балла,

приведен верный ответ без обоснований - 1 балл,

приведен неверный ответ - 0 баллов.

7.3. Алексей и Макар живут в высотном доме, в доме один подъезд. На каждом этаже, включая первый, в этом доме 10 квартир. Номер квартиры Макара равен номеру этажа Алексея, а сумма номеров их квартир равна 247. В какой квартире живет Алексей?

Ответ: 224.

Решение. Пусть n - номер квартиры Алексея, тогда номер квартиры Макара и, значит, номер этажа Алексея ($247 - n$).

С другой стороны, $n = 10 \cdot (246 - n) + x$, где $0 \leq x \leq 10$, $x \in \mathbb{N}$.
Тогда $n = 2460 - 10n + x$, $11n = 2460 + x$, $n = 223 + \frac{7+x}{11}$.
 n – натуральное при $x = 4$, $n = 224$.

Критерии оценки:

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности -5 баллов,

ход решения верный но получен неверный ответ из-за арифметической ошибки - 4 балла,

приведен верный ответ с проверкой условия задачи, но не доказано, что других случаев нет - 3 балла,

приведен верный ответ без обоснований - 1 балл,

приведен неверный ответ - 0 баллов.

7.4. Представьте число 2025 в виде дроби, числителем которой является девятая степень какого-то целого числа, а знаменателем – десятая степень какого-то целого числа.

Решение. Например, $2025 = \frac{(2025^9)^9}{(2025^8)^{10}}$

Критерии оценки:

приведен верный пример - 7 баллов,

приведен неверный ответ - 0 баллов.

7.5. На доске 5×5 расположен корабль, составленный из четырёх клеток (см. рис.). Его можно поворачивать и переворачивать, но нельзя сдвигать с линий сетки. Какого наименьшего количества выстрелов в клетки доски гарантированно хватит, чтобы попасть хотя бы в одну из клеток корабля?

Ответ: 4.

Решение. Четыре корабля не имеют общих клеток, значит нужно не менее 4 выстрелов, чтобы попасть в клетки каждого из них. Пример четырех выстрелов показан на рисунке. (Пример единственный).)

Школьник должен пояснить, что любой корабль пострадает от одного из этих выстрелов.



Критерии оценки:

верно сделана оценка с полным обоснованием и приведен верный пример - 7 баллов,

верно сделана оценка - 3 балла,

приведен верный пример - 3 балла,

приведен верный ответ без обоснований - 1 балл,

приведен неверный ответ - 0 баллов.